



# Problèmes de contact pour des particules en écoulement cisailé

Nicolas Verdon, Patrice Laure, Aline Lefebvre-Lepot, Laurent Lobry

## ► To cite this version:

Nicolas Verdon, Patrice Laure, Aline Lefebvre-Lepot, Laurent Lobry. Problèmes de contact pour des particules en écoulement cisailé. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592828

**HAL Id: hal-00592828**

**<https://hal.science/hal-00592828>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Problèmes de contact pour des particules en écoulement cisailé

N. Verdon<sup>1</sup>, P. Laure<sup>1</sup>, A. Lefebvre-Lepot<sup>2</sup>, L. Lobry<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire J.-A. Dieudonné, CNRS UMR 6621, Université de Nice-Sophia Antipolis, {nicolas.verdon, patrice.laure}@unice.fr

<sup>2</sup> CMAP, Ecole Polytechnique, aline.lefebvre@polytechnique.edu

<sup>3</sup> LPMC, Université de Nice-Sophia Antipolis, laurent.lobry@unice.fr

**Résumé** — Cet article présente une modélisation du contact entre particules solides dans un écoulement cisailé. On montre ici l'importance du modèle de contact sur un cas d'étude 3D comportant 13 particules. Une analyse plus détaillée sur une suspension concentrée 2D analyse l'influence des conditions aux limites et de la description du contact sur le déplacement des particules et les paramètres rhéologiques des suspensions.

**Mots clés** — suspension, contact, modèle de contact visqueux, interaction fluide-structure

## 1 Modèle numérique

Cette étude a été menée à l'aide de la méthode des domaines immergés [1, 2]. Cette méthode permet de résoudre des problèmes multidomaines en conservant une approche eulérienne. La formulation faible du problème multidomaines est résolue à l'aide d'une méthode éléments finis et le déplacement des particules est effectué avec une approche lagrangienne. Un modèle de contact est ajouté pour prendre en compte la lubrification entre les corps solides.

### 1.1 L'approche des domaines fictifs

On considère ici un domaine de calcul  $\Omega$  correspondant à un domaine fluide dans lequel se trouvent des inclusions solides. L'approche des domaines fictifs consiste à décomposer le domaine  $\Omega$  en deux sous-domaines  $\Omega_f$  et  $\Omega_s$  pour respectivement les phases fluide et solide. Dans ce travail, l'interface fluide/solide est déterminée à l'aide d'une fonction caractéristique  $\mathbb{I}(x, t)$  diffuse définie à partir de la fonction level set  $\alpha$  [3], telle que  $\alpha > 0$  dans le solide,  $\alpha < 0$  dans le fluide et  $\alpha = 0$  correspond à la surface entre les deux. On définit la fonction caractéristique par :

$$\mathbb{I}(x, t) = \begin{cases} = 1 & \text{if } \alpha(x) > e \\ = \frac{\alpha}{e} & \text{if } 0 < \alpha(x) < e \\ = 0 & \text{if } \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

où  $e$  est l'épaisseur de mélange qui dépend de la taille de maille au niveau de l'interface fluide/solide. La viscosité  $\eta$  est alors définie à l'aide de la relation de mélange suivante :

$$\eta = \mathbb{I}\eta_s + (\mathbb{E} - \mathbb{I})\eta_f \quad (2)$$

où  $\mathbb{E}$  est la matrice identité,  $\eta_f$  est la viscosité fluide et  $\eta_s \simeq r \eta_f$  la viscosité solide qui joue le rôle d'un facteur de pénalisation ( $r \approx 10^3$ ).

### 1.2 Equations de Stokes

Négligeant les forces inertielles et de gravité, le problème fluide/structure est gouverné par les équations de Stokes :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} & = 0 \\ \nabla \cdot (2\eta_f \dot{\epsilon}(\mathbf{u}) - p\mathbf{E}) & = 0 \\ [[\mathbf{u}]]_{\Gamma_s} & = 0 \quad \text{and} \quad [[\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}]]_{\Gamma_s} = 0 \\ \mathbf{u} & = \mathbf{u}_\Gamma \quad \text{sur la frontière extérieure } \Gamma \end{cases} \quad (3)$$

où  $\mathbf{u}$  est la vitesse fluide,  $\dot{\epsilon}(\mathbf{u})$  le tenseur taux de déformation,  $\boldsymbol{\sigma} = 2\eta_f \dot{\epsilon}(\mathbf{u}) - p\mathbf{E}$  le tenseur des contraintes et  $p$  la pression. On précise également que la notation  $[[f]]_{\Gamma_s}$  indique le saut de la fonction scalaire  $f$  à l'interface  $\Gamma_s$ . Patankar *et al.* [2] ont proposé d'étendre les équations de Stokes au domaine solide en introduisant un multiplicateur de Lagrange  $\boldsymbol{\lambda}$  correspondant à la condition de rigidité  $\dot{\epsilon}(\mathbf{u}) = 0$  dans  $\Omega_s$ . Cela revient à considérer le tenseur des contraintes sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\eta_s \dot{\epsilon}(\mathbf{u}) - p \mathbf{E} + \dot{\epsilon}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (4)$$

### 1.3 Formulation faible du problème fluide/structure

L'expression (4) permet donc d'écrire une formulation faible du problème sur tout le domaine  $\Omega$  : Trouver  $(\mathbf{u}, p, \boldsymbol{\lambda})$  tel que  $\forall (\mathbf{v}, q, \boldsymbol{\mu}) \in H^1(\Omega) \times L_0^2(\Omega) \times H^1(\Omega_s)$

$$\begin{cases} 0 &= \int_{\Omega} 2\eta \dot{\epsilon}(\mathbf{u}) : \dot{\epsilon}(\mathbf{v}) d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega_s} \dot{\epsilon}(\boldsymbol{\lambda}) : \dot{\epsilon}(\mathbf{v}) d\Omega \\ 0 &= \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega \\ 0 &= \int_{\Omega_s} \dot{\epsilon}(\boldsymbol{\mu}) : \dot{\epsilon}(\mathbf{v}) d\Omega \end{cases} \quad (5)$$

qui correspond à un lagrangien augmenté où  $\lambda$  est le multiplicateur de Lagrange et  $\eta_s$  la pénalisation. Il est résolu par un algorithme d'Uzawa [4].

### 1.4 Modélisation du contact

Connaissant la vitesse, solution des équations (5), le déplacement des particules est effectué en utilisant une approche lagrangienne, dans notre cas la position  $\mathbf{X}_i$  de la particule  $i$  au temps  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$  est calculée à l'aide d'un schéma d'Adams-Bashfort d'ordre 2 :

$$\mathbf{X}_i(t^{n+1}) = \mathbf{X}_i(t^n) + \frac{\Delta t}{2} [3\mathbf{u}(\mathbf{X}_i(t^n), t^n) - \mathbf{u}(\mathbf{X}_i(t^{n-1}), t^{n-1})] \quad (6)$$

C'est dans cette phase de mise à jour des positions des particules que peut intervenir le phénomène de recouvrement, c'est-à-dire que la distance  $D_{ij}$  entre deux particules  $i$  et  $j$  peut devenir négative. Afin d'éviter ce phénomène, on introduit un modèle de contact *gluant* ou *visqueux* [5, 6]. Il s'agit d'un modèle prédicteur-correcteur dans lequel la vitesse  $\mathbf{u}^*$  solution de (5) est corrigée de telle sorte qu'elle vérifie le non-recouvrement. On doit donc résoudre :

$$\frac{1}{2} |\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^*|^2 = \min_{\mathbf{v} \in K(\mathbf{X}^n, \gamma_{ij}^n)} \frac{1}{2} |\mathbf{v} - \mathbf{u}^*|^2 \quad (7)$$

où  $K$  est l'espace des vitesses admissibles défini par

$$K(\mathbf{X}^n, \gamma_{ij}^n) = \left\{ \mathbf{v} \left| \begin{array}{l} D_{ij}^n + \Delta t (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{e}_{ij}^n \geq 0 \text{ si } \gamma_{ij}^n = 0 \\ D_{ij}^n + \Delta t (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{e}_{ij}^n \leq 0 \text{ si } \gamma_{ij}^n < 0 \end{array} \right. \right\} \quad (8)$$

Le contact entre deux particules  $i$  et  $j$  est alors représenté par la grandeur  $\gamma_{ij} \begin{cases} < 0 \text{ si contact} \\ = 0 \text{ sinon} \end{cases}$ .

Soit  $J$  la fonctionnelle définie comme suit :

$$J(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} |\mathbf{v} - \mathbf{u}^*|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{M} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{M} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{v} \quad (9)$$

où  $\mathbf{M} = \text{diag}(\dots, m_i, \dots, m_j, \dots)$  est la matrice de masse. Alors le Lagrangien de  $J(\mathbf{u})$  a la forme suivante :

$$\mathcal{L}(\mathbf{v}, \lambda_{ij}^{\pm}) = J(\mathbf{v}) - \lambda_{ij}^{+} (D_{ij} + \Delta t (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{e}_{ij}) - \lambda_{ij}^{-} (-D_{ij} - \Delta t (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{e}_{ij}) \quad (10)$$

où  $\lambda_{ij}^{+}$  et  $\lambda_{ij}^{-}$  sont les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes de contact. Finalement, la résolution de  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{v}_i} = 0$  et  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{v}_j} = 0$  permet d'écrire les relations pour le contact entre les particules  $i$  et  $j$  :

$$\begin{cases} m_i \mathbf{u}_i^n = m_i \mathbf{u}_i^* - (\lambda_{ij}^{+} - \lambda_{ij}^{-}) \Delta t \mathbf{e}_{ij} \\ m_j \mathbf{u}_j^n = m_j \mathbf{u}_j^* + (\lambda_{ij}^{+} - \lambda_{ij}^{-}) \Delta t \mathbf{e}_{ij} \end{cases} \quad (11)$$

sous les conditions :

$$\lambda_{ij}^{\pm}(D_{ij} + \Delta t(\mathbf{u}_j^n - \mathbf{u}_i^n) \cdot \mathbf{e}_{ij}) = 0 \text{ avec } \lambda_{ij}^+ \geq 0 \text{ et } \lambda_{ij}^- \leq 0 \quad (12)$$

La mise à jour du paramètre de contact  $\gamma_{ij}$  s'effectue à l'aide de la relation suivante (obtenue à l'aide du Principe Fondamental de la Dynamique avec les forces de lubrification) :

$$\frac{d\gamma_{ij}}{dt} = -\frac{1}{a^2}\lambda_{ij} \text{ avec } \lambda_{ij} = \lambda_{ij}^+ - \lambda_{ij}^-. \quad (13)$$

Le modèle de collisions inélastiques est obtenu en imposant  $\gamma_{ij} = 0$  c'est-à-dire  $\lambda_{ij} > 0$ .

## 1.5 Rhéologie numérique

L'intérêt des simulations numériques est de pouvoir accéder aux grandeurs rhéologiques macroscopiques utiles dans le domaine industriel, notamment la viscosité effective  $\eta_{eff}$ . On rappelle ici brièvement la façon de calculer les différentes quantités macroscopiques. Notons d'abord  $\langle \mathbf{X} \rangle_{\Omega}$  la quantité  $\mathbf{X}$  au temps  $t$  et moyennée sur l'espace de calcul  $\Omega$ , on a alors :

$$\langle \mathbf{X} \rangle_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \mathbf{X}(\mathbf{x}) d\Omega \quad (14)$$

En appliquant la moyenne (14) au tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$ , on obtient :

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_{\Omega} = \langle \boldsymbol{\sigma}_f \rangle_{\Omega} + \langle \boldsymbol{\sigma}_s \rangle_{\Omega} \quad (15)$$

où l'on a introduit respectivement le tenseur des contraintes solide et fluide

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_s \rangle_{\Omega} = 2\eta_s \langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u}) \rangle_{\Omega_s} - \langle p \rangle_{\Omega_s} \mathbf{I}_d + \langle \boldsymbol{\lambda} \rangle_{\Omega_s} \quad (16)$$

et

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_f \rangle_{\Omega} = 2\eta_f \langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u}) \rangle_{\Omega_f} - \langle p \rangle_{\Omega_f} \mathbf{I}_d \quad (17)$$

En théorie, la composante  $xy$  du tenseur des contraintes moyen dans la suspension est donnée par :

$$\langle \sigma_{xy} \rangle_{\Omega} = 2\eta_{eff} \langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{u}) \rangle_{\Omega_f} \quad (18)$$

ce qui revient à écrire la viscosité effective de la façon suivante :

$$\eta_{eff} = \frac{\langle \sigma_{xy} \rangle_{\Omega}}{\dot{\gamma}}$$

où  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement.

## 1.6 Un point sur les conditions aux limites

Dans le cas de concentrations élevées, les conditions aux limites peuvent avoir une influence non négligeable sur le déplacement des particules solides, et donc sur les propriétés macroscopiques des suspensions. On présente ici les différentes conditions aux limites qui ont été considérées dans cette étude. Leur influence sur le déplacement des particules et la rhéologie des suspensions sera analysée dans la dernière partie. Lorsque l'on étudie la rhéologie des suspensions concentrées, une des difficultés rencontrées numériquement est le choix d'un Volume Élémentaire Représentatif  $\Omega_{VER}$  (VER). Idéalement, la solution la plus évidente est d'effectuer des simulations sur un très grand domaine  $\Omega_t$  et d'analyser le comportement des particules sur  $\Omega_{VER}$  comme représenté sur la figure 1. Or ce genre d'approche est à l'heure actuelle encore trop coûteuse en temps de calcul. Dans le cas de faibles concentrations, on peut se contenter de résoudre le problème seulement sur un domaine de taille réduite mais lorsque la concentration augmente, ce domaine n'est plus représentatif. En effet, dans  $\Omega_{VER}$ , on prend en compte l'influence des particules de  $\Omega_t \cap \overline{\Omega_{VER}}$  alors que si l'on travaille dans un domaine  $\Omega$  de la taille de  $\Omega_{VER}$ , les particules du domaine ne voient pas de particules extérieures.

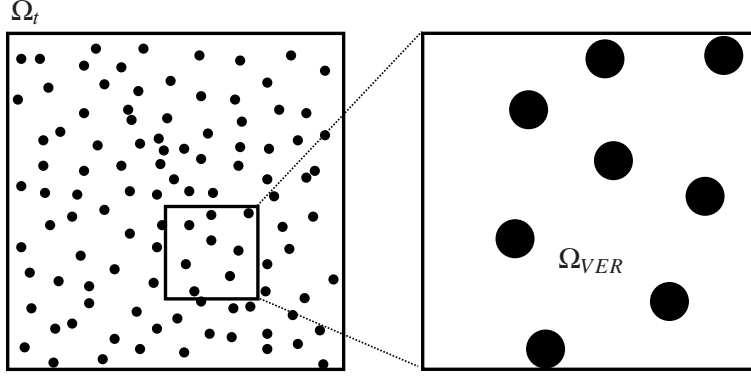


FIGURE 1 – Domaine de calcul et Volume Élémentaire Représentatif.

La configuration étudiée ici est un écoulement cisailé. Les vitesses sur les parois supérieures et inférieures sont donc imposées par la condition de cisaillement alors que sur les autres parois, la vitesse verticale est nulle. Lorsque l'on travaille avec le domaine de calcul original  $\Omega_0$  – représenté sur la figure 2(a) – on impose seulement une condition de périodicité dans la direction horizontale sur les particules, c'est-à-dire que lorsqu'une particule sort du domaine par la gauche ou la droite, elle est réintroduite de l'autre côté. Cependant, la vitesse verticale nulle sur les parois latérales peut poser problème lorsque les particules sortent du domaine. On décide donc d'agrandir le domaine dans la direction  $x$  de la longueur  $H$  des deux côtés du domaine  $\Omega_0$ . Les particules sont alors dupliquées<sup>1</sup> dans chaque domaine rajouté comme représenté sur le schéma (b) de la figure 2, de telle sorte que les particules près d'un bord *voient* les particules du bord opposé. Ainsi, les interactions entre particules sont mieux décrites et se rapprochent de la description par VER. Dans la suite du travail, nous avons également mis en place des conditions

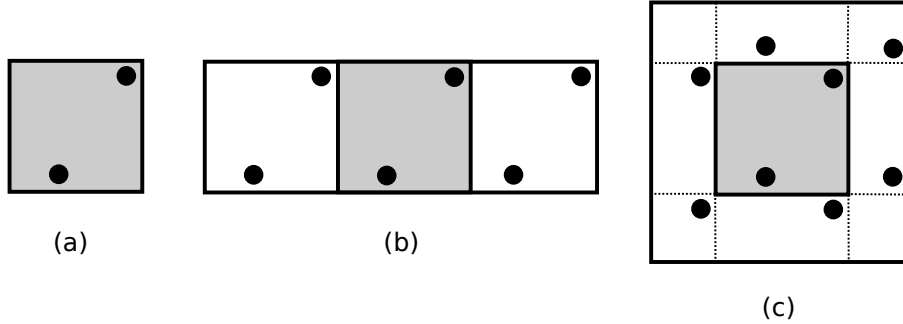


FIGURE 2 – Les différents domaines de calcul : (a) domaine original noté CL (0,0), (b) domaine étendu suivant  $x$  CL (1,0), (c) domaine avec conditions aux limites bipériodiques CL (1/2, 1/2).

aux limites bipériodiques de Lee-Edwards [7, 8]. Dans ce cas, le domaine est étendu là encore suivant la direction  $x$  mais également suivant la direction  $y$ , comme représenté sur la figure 2(c). Là encore, les particules sont dupliquées de façon périodique dans le domaine étendu, ce qui permet de limiter l'effet des parois verticales et d'avoir des conditions aux limites pour le champ de vitesse dans le VER.

Cependant, afin de conserver la condition de cisaillement, il est nécessaire de déplacer les domaines supérieurs et inférieurs au cours du temps – voir figure 3(a) – ce qui nécessite de modifier le calcul des distances entre particules. On montre ici comment le calcul des distances est effectué dans le cas de deux particules physiques 1 et 2 (en notant leur images  $\bar{1}$  et  $\bar{2}$ ), comme décrit dans la figure 3(b). Les positions des particules sont données par :

$$\mathbf{X}_1^{n+1} = \mathbf{X}_1^n + \frac{\Delta t}{2} (3\mathbf{u}_1^n - \mathbf{u}_1^{n-1}) \quad (19)$$

$$\mathbf{X}_2^{n+1} = \mathbf{X}_2^n + \frac{\Delta t}{2} (3\mathbf{u}_2^n - \mathbf{u}_2^{n-1}) \quad (20)$$

1. la vitesse des particules n'est calculée que dans le domaine d'intérêt  $\Omega_0$

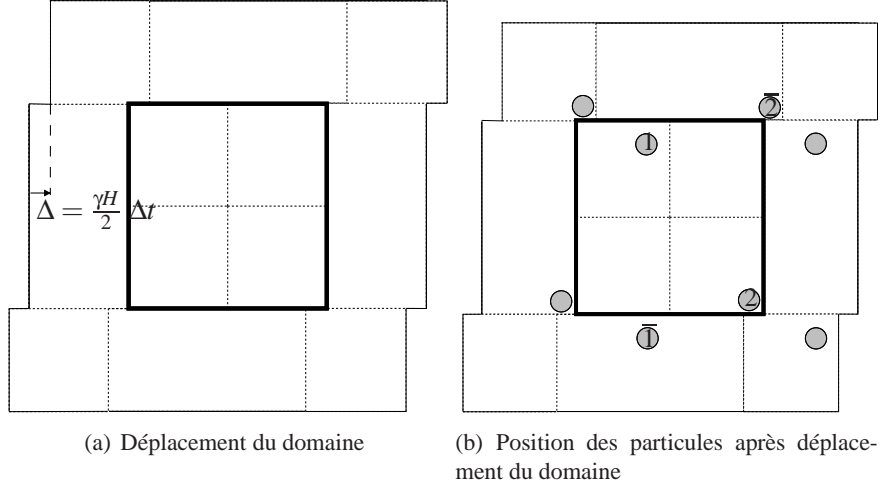


FIGURE 3 – Détails sur les conditions aux limites bipériodiques de Lee-Edwards.

et celles des images correspondantes :

$$\bar{\mathbf{X}}_1^{n+1} = \mathbf{X}_1^n + \frac{\Delta t}{2} (3\mathbf{u}_1^n - \mathbf{u}_1^{n-1}) - \frac{\gamma}{2} H \Delta t \quad (21)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_2^{n+1} = \mathbf{X}_2^n + \frac{\Delta t}{2} (3\mathbf{u}_2^n - \mathbf{u}_2^{n-1}) + \frac{\gamma}{2} H \Delta t \quad (22)$$

Les distances sont finalement données par les relations

$$d_{12} = \|\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2\|^n + \frac{\Delta t}{2} ((3\mathbf{u}_2^n - \mathbf{u}_2^{n-1}) - (3\mathbf{u}_1^n - \mathbf{u}_1^{n-1})) \cdot \mathbf{e}_{12} \quad (23)$$

$$d_{1\bar{2}} = \|\mathbf{X}_1 \bar{\mathbf{X}}_2\|^n + \frac{\Delta t}{2} ((3\mathbf{u}_2^n - \mathbf{u}_2^{n-1}) - (3\mathbf{u}_1^n - \mathbf{u}_1^{n-1}) + \left(\frac{\gamma H}{2}\right) \cdot \mathbf{e}_{12}) \quad (24)$$

$$d_{\bar{1}2} = \|\bar{\mathbf{X}}_1 \mathbf{X}_2\|^n + \frac{\Delta t}{2} ((3\mathbf{u}_2^n - \mathbf{u}_2^{n-1}) - (3\mathbf{u}_1^n - \mathbf{u}_1^{n-1}) - \left(\frac{\gamma H}{2}\right) \cdot \mathbf{e}_{12}) \quad (25)$$

## 2 Résultats

Dans cette partie, on présente différents aspects qui influent de manière notable sur le comportement des suspensions concentrées. Bien évidemment, l'importance de la modélisation du contact sera abordée mais on s'intéressera également aux différences induites par le choix des conditions aux limites. Des résultats préliminaires comparant les modèles de contact dans des cas académiques non présentés ici sont reportés dans [9, 10].

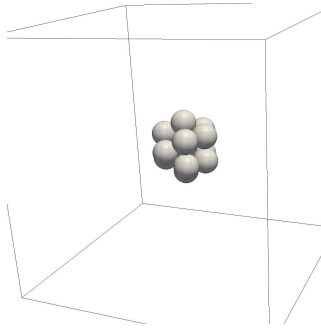


FIGURE 4 – Configuration initiale pour le cas d'étude.

## 2.1 Un cas d'étude

Avant d'étudier en détail les suspensions concentrées, nous nous sommes attachés à analyser l'influence de la modélisation du contact dans un cas où les contacts ne sont pas nombreux. La configuration que nous avons retenue est présentée sur la figure 4. Il s'agit de 13 particules sphériques de rayon  $a = 0.05$ , disposées initialement très proches les unes des autres (compacité de l'ordre de 0.74) dans un cube unitaire soumis à un écoulement cisailé. Pour les deux modèles de contact – collisions inélastiques ou modèle visqueux – les calculs ont été menés jusqu'à  $t = 35s$ . Ces calculs mettent en avant un comportement radicalement différent des deux modèles, comme on peut l'observer dans la figure 5 qui compare les trajectoires des particules dans le plan  $(x, y)$  à  $t = 12.5s$  obtenues par le modèle visqueux et pour le modèle inélastique.

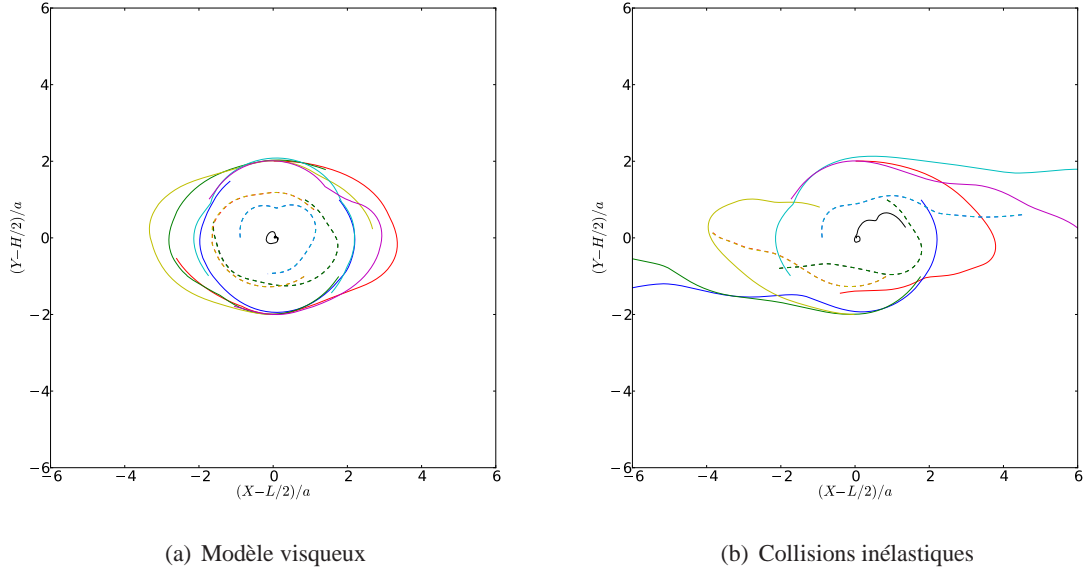


FIGURE 5 – Trajectoire des particules de  $t = 0s$  à  $t = 12.5s$  dans le plan  $(x, y)$ ,  $L = H = 1$ .

Sur ces figures on se rend bien compte que les particules restent collées entre elles avec le modèle visqueux alors que dès les premières secondes du calcul inélastique, les particules s'éloignent les unes des autres et l'amas initial disparaît. La différence entre les deux modèles tient dans la nature physique des collisions. Dans le cas inélastique, le multiplicateur de Lagrange introduit dans le modèle de contact ne peut prendre que des valeurs positives, c'est-à-dire qu'il a une action répulsive entre les particules. Au contraire, dans le modèle visqueux,  $\lambda$  peut être positif et négatif, et il agit donc comme une force

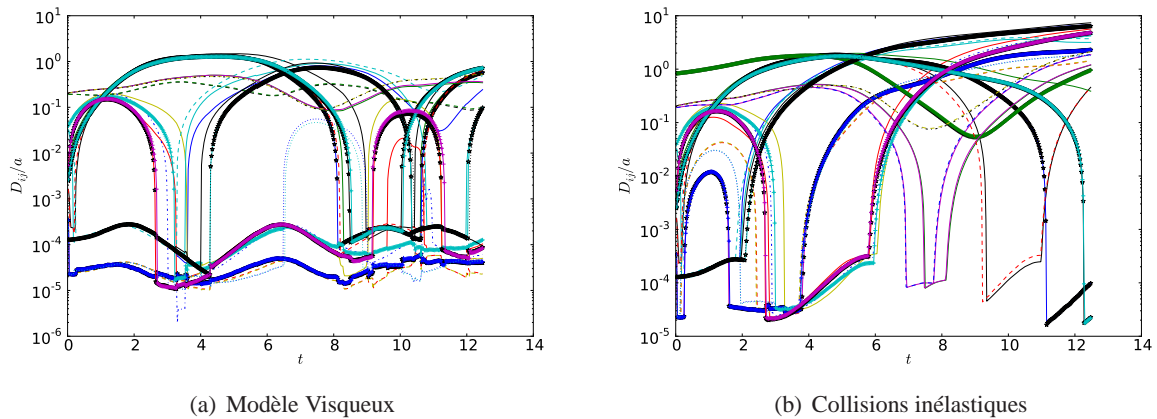


FIGURE 6 – Evolution de la distance entre particules au cours du temps.



répulsive lorsque les particules se dirigent l'une vers l'autre, alors qu'il se comporte comme une force attractive lorsque les particules s'éloignent l'une de l'autre.

Les mêmes observations peuvent être faites en regardant la distance entre les particules, voir figure 6. Dans le cas inélastique, dès que les particules s'éloignent, plus aucune force ne les fait revenir l'une vers l'autre et elles se détachent définitivement alors qu'avec le modèle visqueux, la force de lubrification agit comme une force d'attraction lorsque la distance entre deux particules grandit.

On constate cependant que les orbites des particules ont tendance à s'éloigner au cours du temps. Il est ainsi probable qu'au bout d'un certain temps, bien plus long que pour le cas inélastique, les particules se détachent également.

## 2.2 Quelques résultats sur une suspension

On présente ici les résultats de calculs 2D sur une suspension concentrée, typiquement nous avons choisi de travailler avec une concentration  $c \approx 0.24$  qui est assez représentative en 2D. Nous présentons ici les résultats des calculs obtenus avec le modèle visqueux pour les conditions aux limites  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  et  $(1/2, 1/2)$  avec des particules initialement distribuées de façon aléatoire, mais sans contact.

La figure 7 présente les résultats des calculs effectués avec le modèle de contact pour trois types de conditions aux limites différents au bout de  $t = 10s$ . Cette figure met qualitativement en évidence la différence qu'il existe sur le déplacement des particules en fonction du choix des conditions aux limites. De la même façon, on se rend compte que les contacts semblent être moins importants pour la condition  $(1/2, 1/2)$  qui minimise l'influence des parois supérieures et inférieures. La figure 8 confirme cette ob-

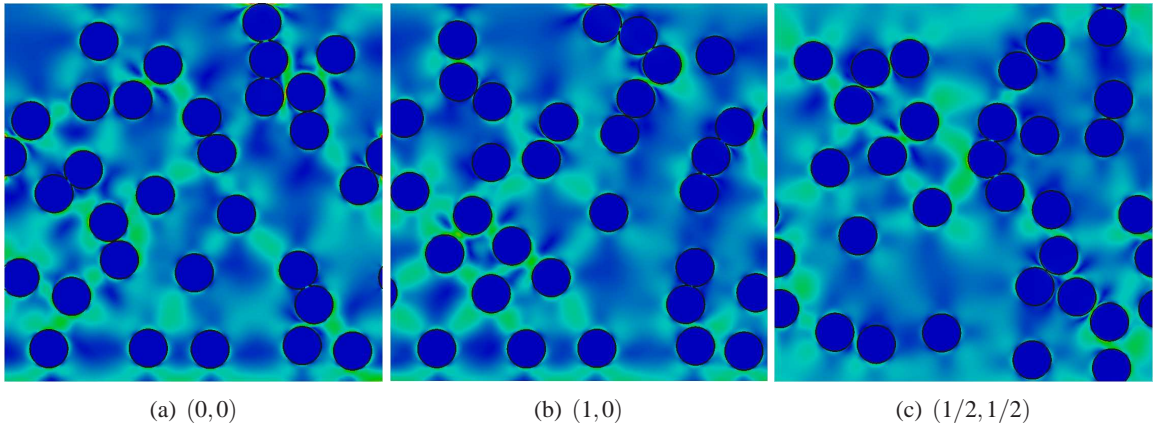


FIGURE 7 – Position des particules dans le VER à  $t = 10s$ . Isovaleurs de  $\|\dot{\mathbf{e}}(\mathbf{u})\|$ .

servation en représentant l'évolution temporelle du nombre  $N_c$  de contacts pour chaque calcul. En ce qui

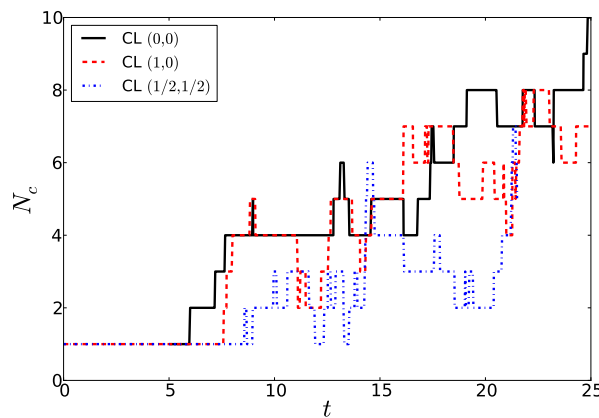


FIGURE 8 – Influence des conditions aux limites sur le contact.



concerne le comportement macroscopique des suspensions concentrées, la viscosité effective moyenne a été calculée sur l'intervalle de temps  $T = [0, 26]$  pour les différents calculs. Sur cette période, même si la viscosité effective n'évolue pas de façon similaire pour tous les types de conditions aux limites, nous avons observé que sa valeur moyenne reste assez semblable pour toutes les simulations, à savoir  $\eta_{eff} \approx 2.7$ , valeur qui a également été obtenue pour les simulations inélastiques. Ainsi, même si les trajectoires des particules sont radicalement différentes, il semblerait que la modélisation du contact, voire même les conditions aux limites, n'influent pas de manière notable sur les propriétés rhéologiques des suspensions 2D pour des concentrations modérées. Des calculs sont en cours pour regarder le cas de suspensions 2D plus concentrées et le cas 3D.

### 3 Conclusions et perspectives

A travers ce papier, nous avons voulu mettre en avant l'influence de différents paramètres dans le calcul de suspensions concentrées, en insistant notamment sur la modélisation du contact et les conditions aux limites. Un cas d'étude 3D a permis de bien mettre en évidence la différence de comportement des particules lorsque l'on fait varier le modèle de contact. Un exemple de calcul d'une suspension concentrée a permis également d'observer l'influence des conditions aux limites sur ses propriétés macroscopiques. Il ressort de cette analyse que les différents modèles ont un impact faible sur la rhéologie de la suspension, même si les trajectoires observées par les particules diffèrent énormément d'un modèle à l'autre. En outre, il est bon de rappeler que les simulations 2D sont trop restrictives pour tirer des comportements sur la rhéologie des suspensions. En effet le cas 3D analysé dans ce papier met en évidence l'intérêt de simulations 3D pour l'étude des suspensions. C'est donc dans cette voie que se dirigent nos travaux de recherche.

### Références

- [1] R. Glowinski, T.-W. Pan, T.I. Helsa, and D.D. Joseph. A distributed lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. *Int. J. Multiphase Flows*, 25 :755–794, 1999.
- [2] N.A. Patankar, P. Singh, D.D. Joseph, R. Glowinski, and T.-W. Pan. A new formulation of the distributed lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. *Int. J. of Multiphase flow*, 26 :1509–1524, 2000.
- [3] T. Coupez, H. Dignonnet, E. Hachem, P. Laure, L. Silva, and R. Valette. Multidomain finite element computations : Application to multiphasic problems. In M. Souli and D.J. Benson, editors, *Arbitrary Lagrangian-Eulerian and Fluid-Structure Interaction*, pages 229–297. Wiley, 2009.
- [4] P. Laure, G. Beaume, O. Basset, L. Silva, and T. Coupez. Numerical methods for solid particles in particulate flow simulations. *European J. Comp. Mechanics*, 16 :365–383, 2007.
- [5] B. Maury. A gluey particle model. *ESAIM : Proc.*, 18 :133–142, 2007.
- [6] A. Lefebvre. Numerical simulation of gluey particles. *M2AN*, 43 :53–80, 2009.
- [7] A.W. Lees and S.F. Edwards. The computer study of transport process under extreme condition. *J. Phys. C : Solid State Phys.*, 5 :1921–1928, 1972.
- [8] W.R. Hwang, M.A. Hulsen, and H. E. H. Meijer. Direct simulation of particle suspensions in sliding bi-periodic frames. *J. Comp. Physics*, 194 :742–772, 2004.
- [9] N. Verdon, A. Lefebvre-Lepot, L. Lobry, and P. Laure. Contact problems for particles in a shear flow. *European J. Comp. Mechanics*, 19 :513–531, 2010.
- [10] N. Verdon, G. Beaume, A. Lefebvre-Lepot, L. Lobry, and P. Laure. Immersed finite element method for direct numerical simulation of particle suspension in a shear flow. *J. Comp. Physics*, submitted, 2010.